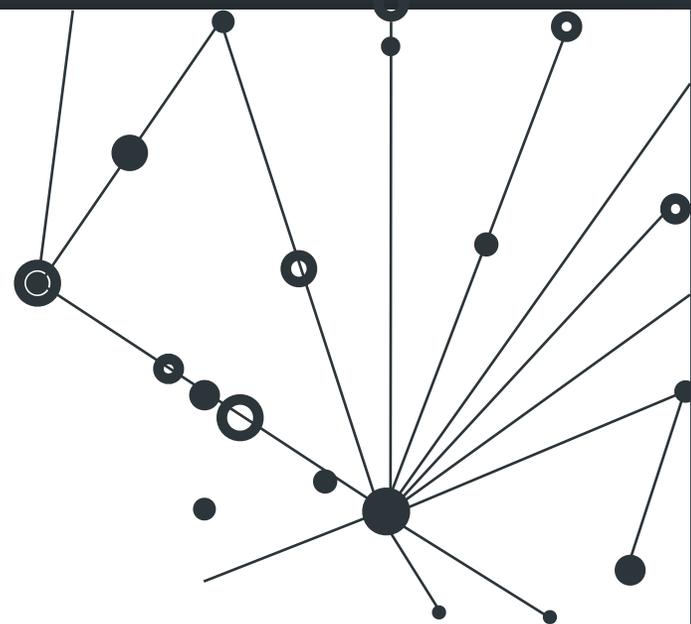


# 2022

# 引力波探测

汇报时间：2022年6月 白佳宸



01

**引力波简述**

02

**引力波探测（干涉仪法）**

03

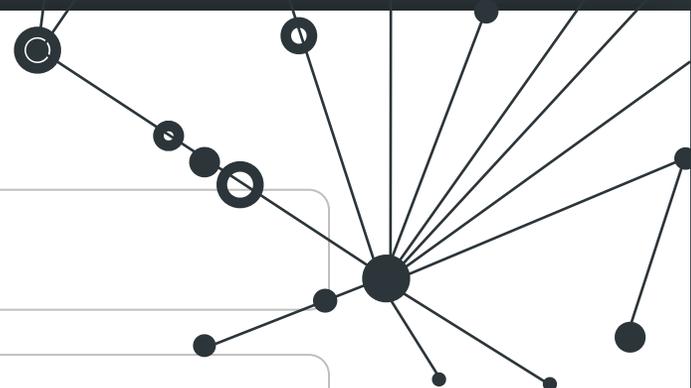
**引力波数据处理初步尝试**

04

**参考文献**

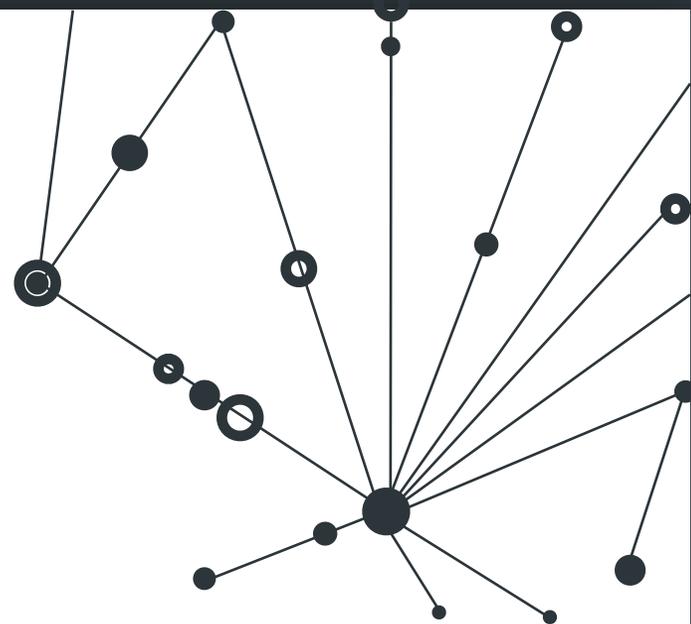
05

**附录**



01

# 引力波简述



## 弱场近似下的引力波方程

在广义相对论中场方程如下：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^2}T_{\mu\nu}$$

在弱场近似下，可以将度规张量写成闵氏度规 $\eta_{\mu\nu}$ 与一个微小扰动 $h_{\mu\nu}$ 之和，即：

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

联立上面两式，可以推得：

$$h_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^2} \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}T \right)$$

则在无质量时空区域有波动方程：

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) h_{\mu\nu} = 0$$

这是一个平面波方程（仍有10个独立分量）。再采用横向无迹规范（横波且 $h = 0$ ），可得方程的解：

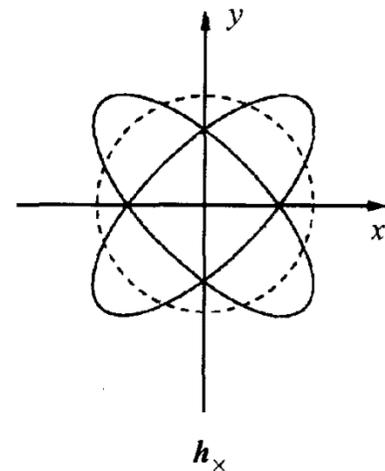
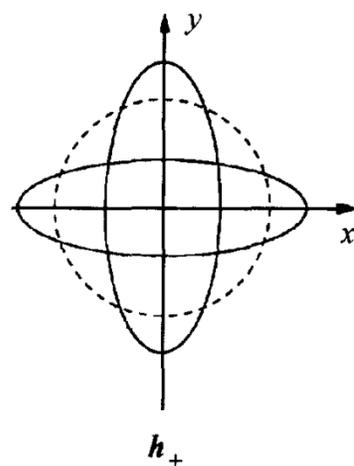
$$h_{\mu\nu}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & -h_\times & h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-z/c)}$$

其中 $h_+$ 为加号偏振， $h_\times$ 为叉号偏振。



## 弱场近似下的引力波方程

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & -h_\times & h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



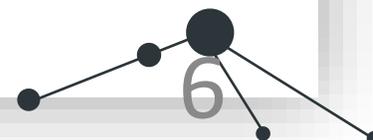
这个解描述了一个四极辐射的引力波，可以理解为两个方向的偏振，互成 $45^\circ$ 夹角，其物理图像如上：

引力波的强度可以用一个无量纲量应变强度，即长度的相对变化表示：

$$h = \frac{\delta L}{L}$$

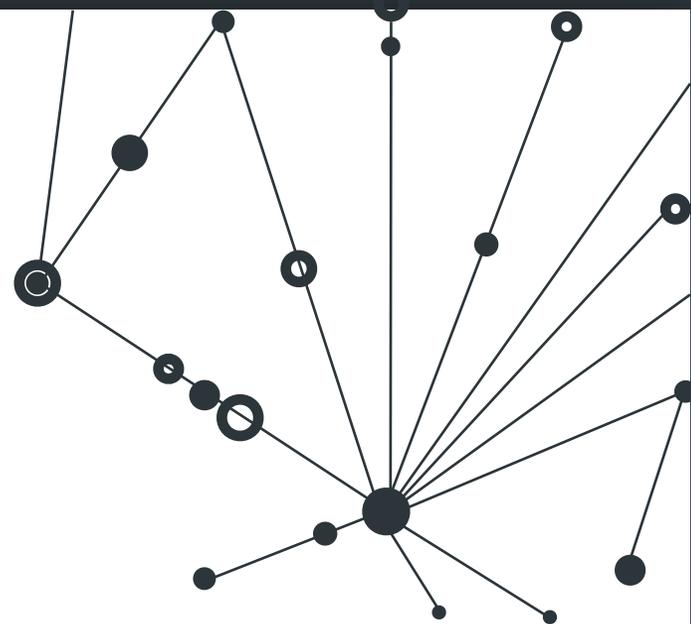
## 关于引力波的n个事实

1. 引力波的强度非常弱：LIGO中的 $\delta L$ ，仅为 $10^{-19}\text{m}$ ，不及质子直径的千分之一。
2. 引力波是横向无迹的，只有两种偏振模式。
3. 引力波以光速传播。
4. 引力波在传播过程中不被吸收、不被散射、不被屏蔽，携带原始信息。
5. 可能的引力波源有：天体爆发引力波源（致密双星并合、超新星）、周期性引力波源（双星、旋转的中子星、超大质量黑洞）、随机背景辐射。

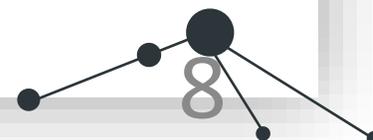
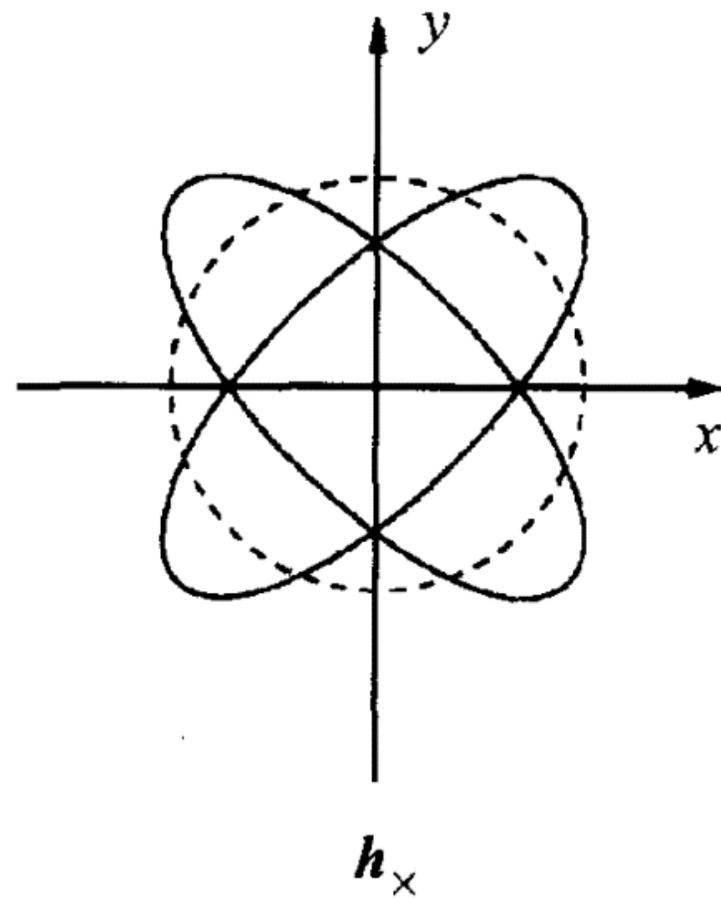
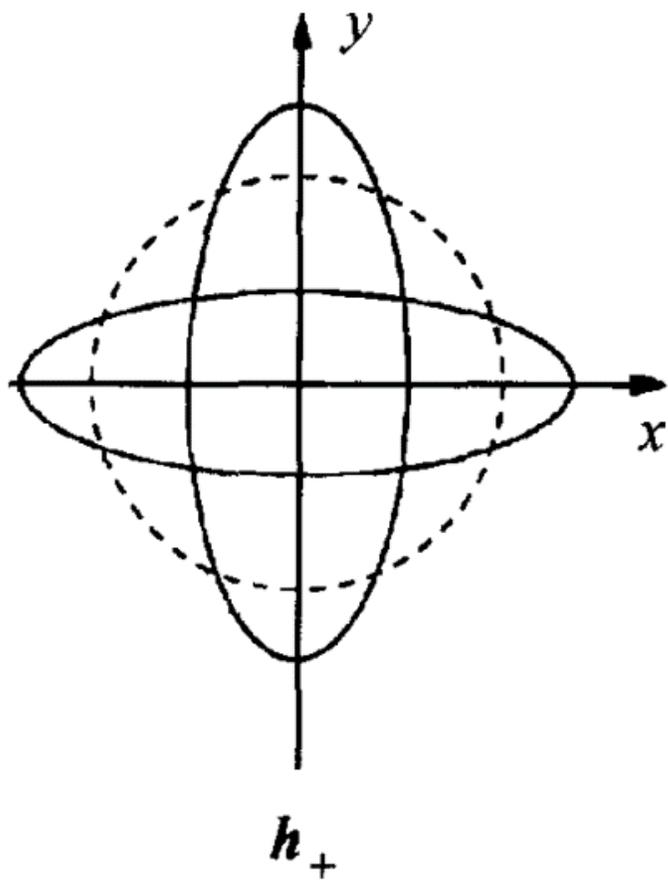


02

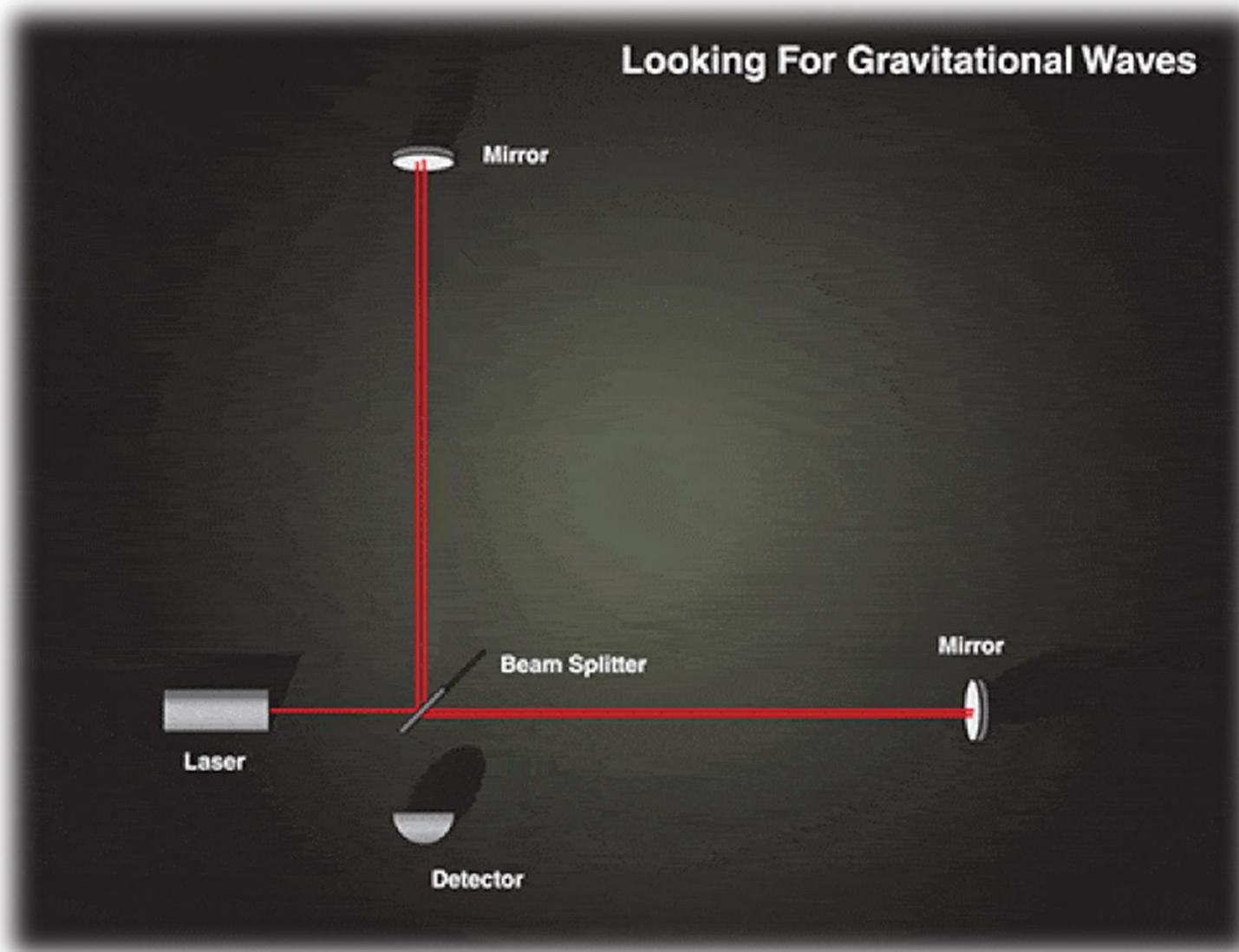
# 引力波探测



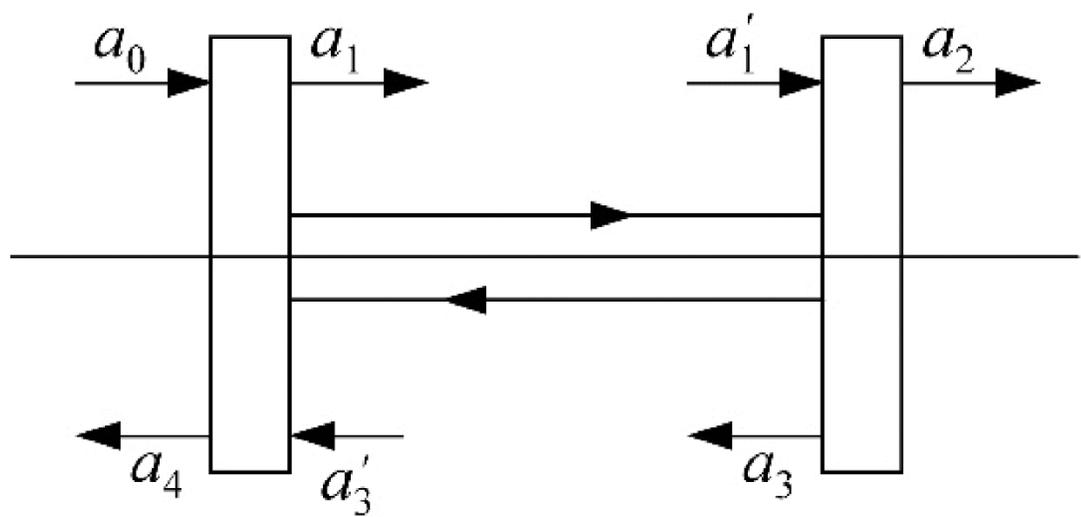
## 引力波的力学潮汐效应



# 迈克尔逊干涉仪

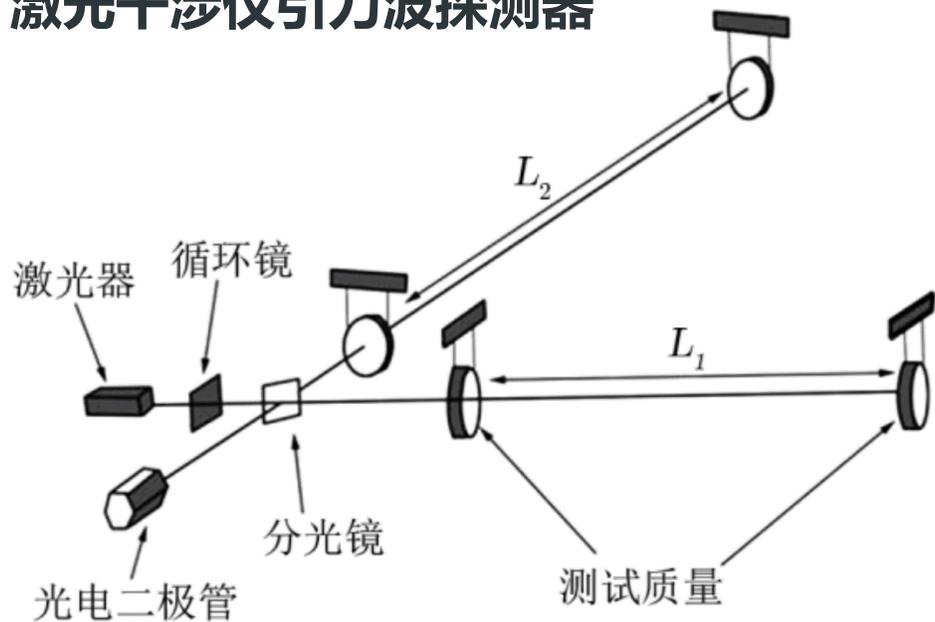


## 法布里-珀罗腔

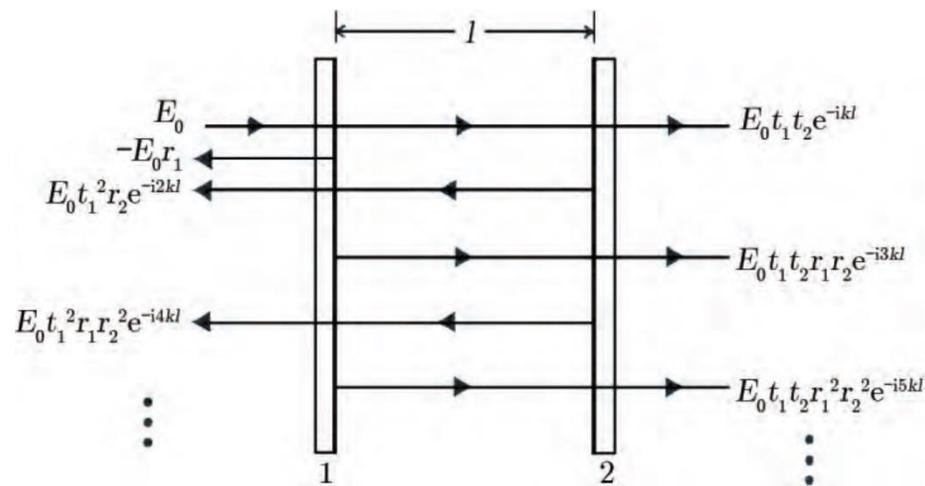
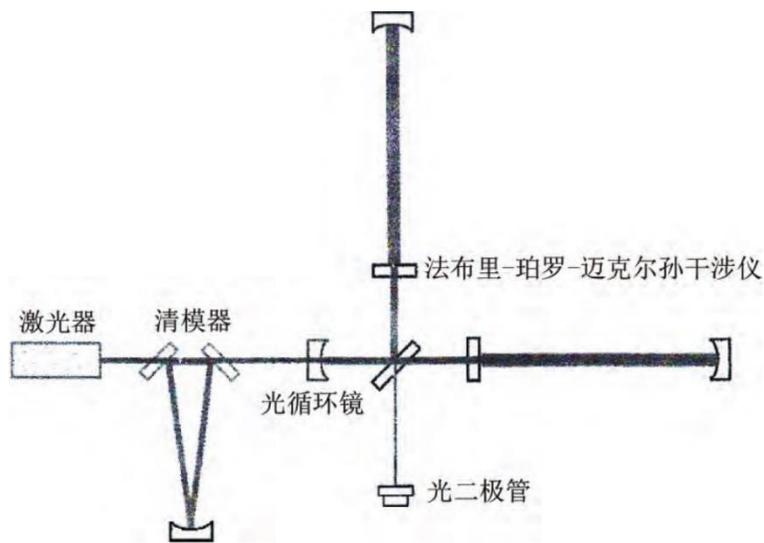


在迈克尔孙干涉仪中，引力波引起的相位变化与臂长成正比，臂长越大，相位变化越大。例如，对于频率为100Hz的引力波来说，为了获得最佳探测效果，根据计算，迈克尔孙干涉仪的臂长应为75km！

# 激光干涉仪引力波探测器



激光干涉仪引力波探测器实际上就是一台迈克尔逊干涉仪，它的两臂各有一个法布里-珀罗腔。



引力波信号非常微弱！

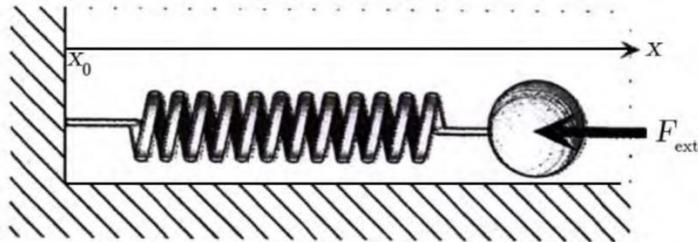
该如何应对噪声？



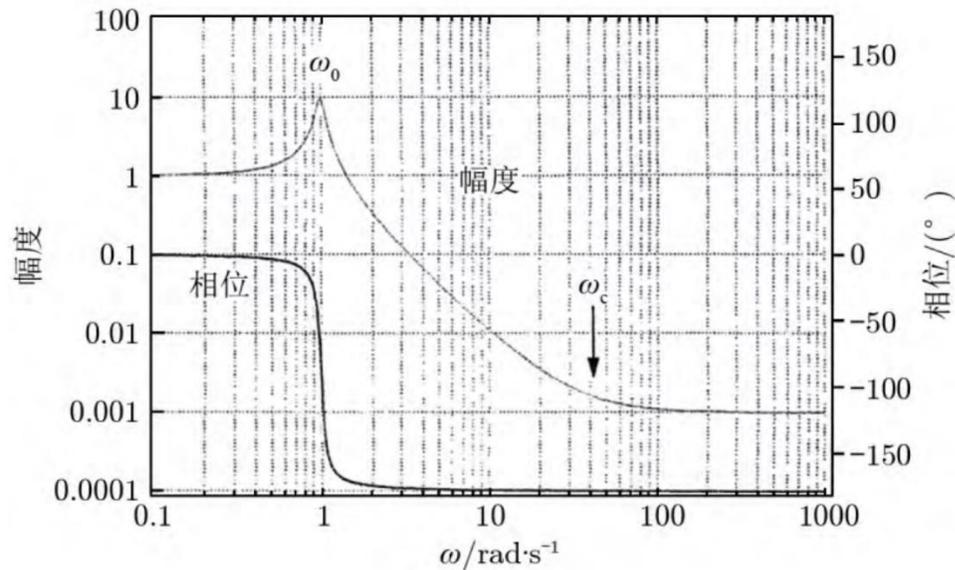
## 主要噪声来源

1. 地面震动噪声：导致镜面纵向运动
2. 热噪声：来源于分子的无规则热运动
3. 光量子噪声：激光束强度起伏、光压涨落
4. 引力梯度噪声：局部引力场涨落
5. 残余气体噪声：真空管道中的少量气体
6. 杂散光子噪声：散射光子污染信号

## 被动机械过滤器



(a)



(b)

被动过滤器等效模型如图(a)

小球的运动方程:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + K(x - x_0) = F_{\text{ext}}$$

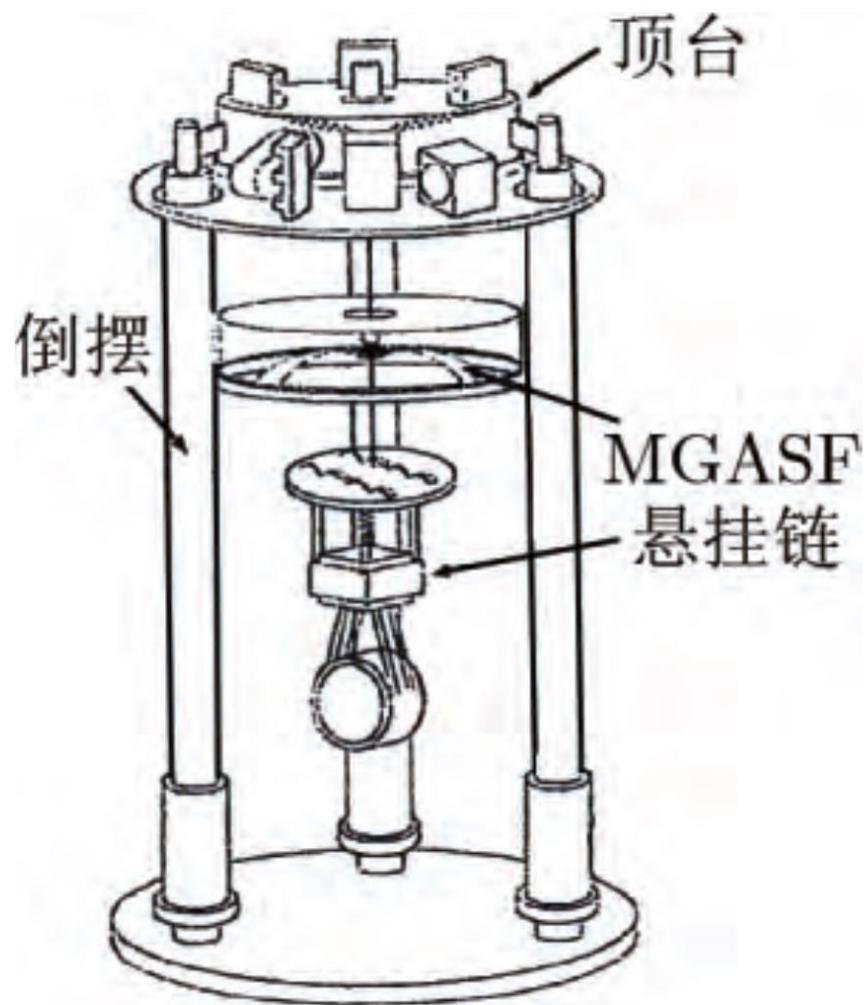
在无外力情况下, 有共振传递函数 (衰减效果):

$$\frac{x(\omega)}{x_0(\omega)} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

(b) 为传递函数曲线. 显然共振频率越小越好.

简正模?

## 地表震动噪声衰减系统

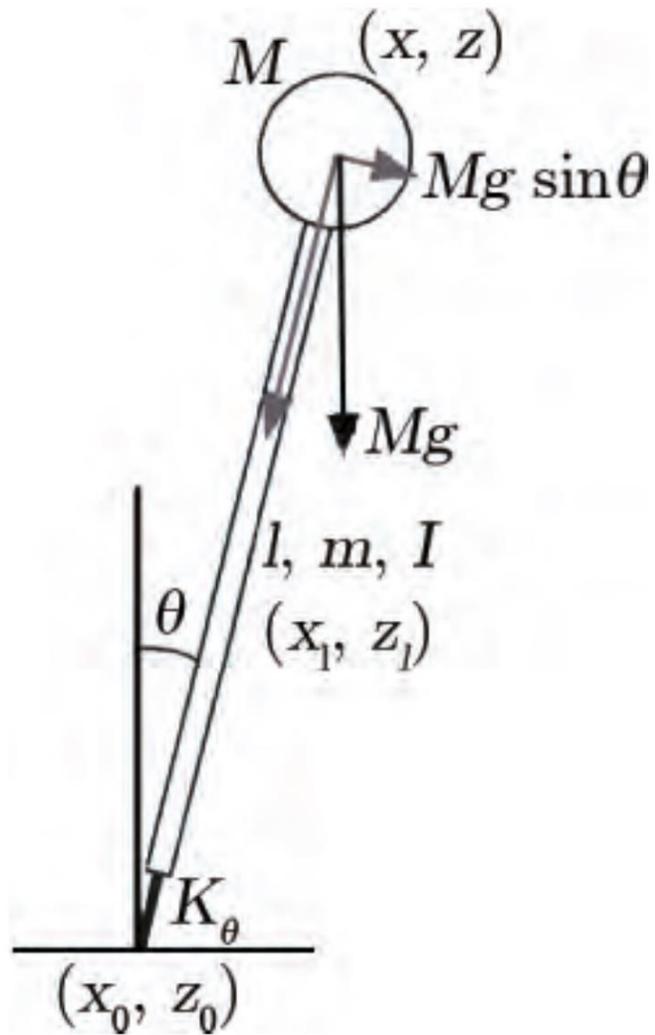


一个实用的地表震动衰减系统至少包括三个基本部分：顶台、倒摆和镜子悬挂系统



讲座链接在附录

## 倒摆



用图中参数可得倒摆的运动方程:

$$J\ddot{\theta} = -K\theta + Mgl \sin \theta$$

在小角近似下, 可改写上式:

$$J\ddot{\theta} = -K_{\text{eff}}\theta$$

其中  $K_{\text{eff}} = K - Mgl$ , 称为有效弹簧常数.

若令  $R = Mgl/K$

显然当  $R \ll 1$  时, 倒摆系统非常稳定, 恢复力极大, 当  $R$  渐渐增大时, 恢复力变小, 却依旧能保持稳定.

## 倒摆的共振频率

倒摆的共振频率为：

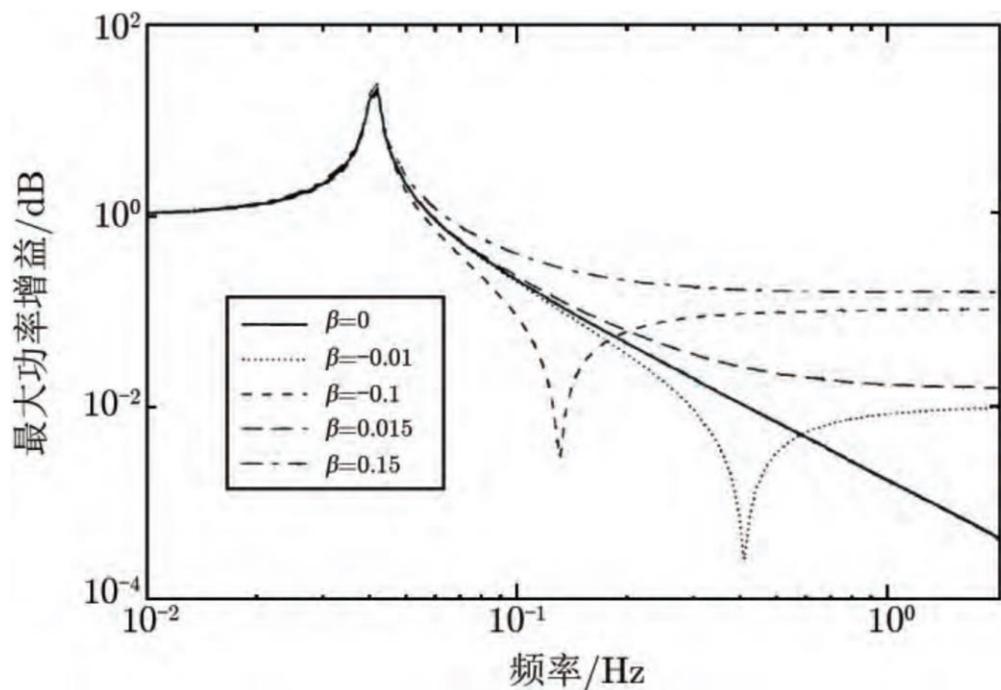
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{g}{l}}$$

其中  $k = K/l^2$ ，为刚性线度。

经过前面的分析，我们需要的是更低的共振频率，即需要更小的  $K$ ，更大的  $M$ ，这显然与前面倒摆稳定性的需求相矛盾，故再制造部件的时候需要**统筹调和**。



## 倒摆的传递函数



$$\beta = \frac{m/6}{M + m/3}$$

忽略倒摆垂直方向的运动，只考虑其水平方向上的运动，倒摆的运动方程为：

$$\left(M + \frac{m}{4} + \frac{J}{l^2}\right) \ddot{x} - \left(\frac{m}{4} - \frac{J}{l^2}\right) \ddot{x}_0 - \frac{l}{g} \left(M + \frac{m}{2}\right) (x - x_0) + K(x - x_0) = 0$$

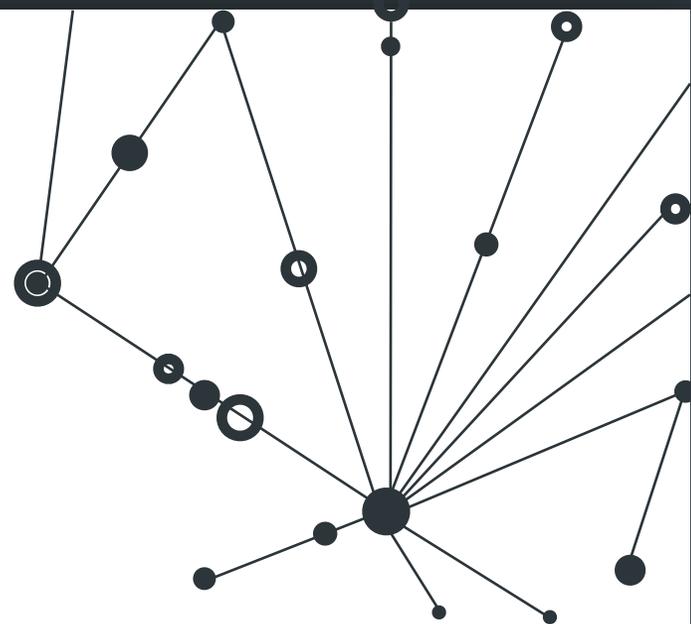
解得传递函数：

$$\frac{x(\omega)}{x_0(\omega)} = \frac{\omega_0^2 + \beta\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

如图， $\beta$ 应尽可能小（即腿的质量要小）。

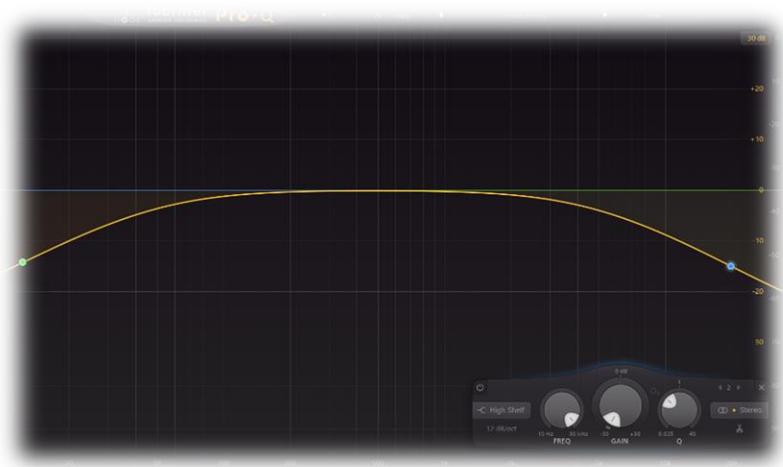
03

# 引力波数据处理初步尝试

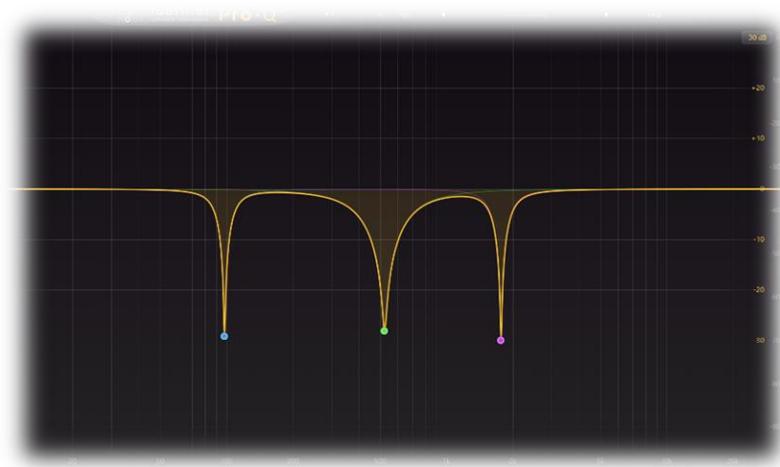


## 数据处理基本步骤

1. 下载数据：选择一个事件点来自两个观测站的两组数据
2. 原始数据分析：画出原始数据点的分布，分析干扰因素
3. 带通滤波：过滤出有效的频率范围
4. 陷波滤波：减去特定频率的干扰波



带通滤波示意



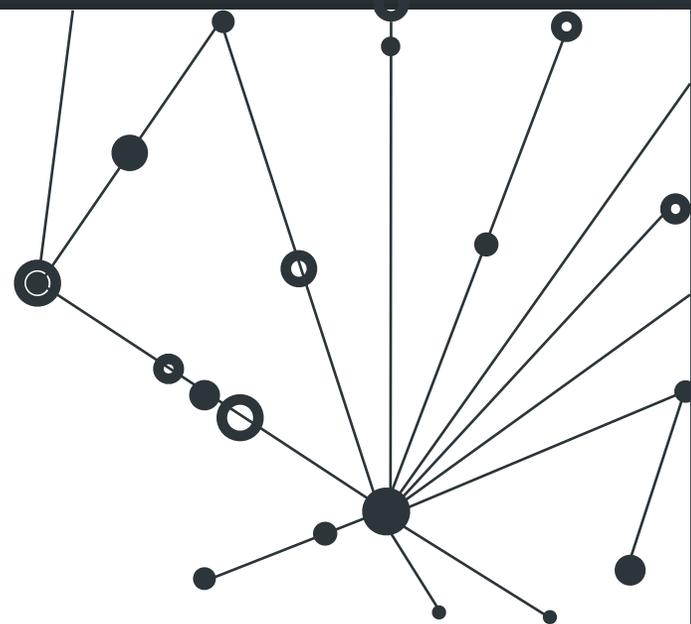
陷波滤波示意

选择GW150914的4096Hz采样率的数据进行处理

H L

04

# 参考文献

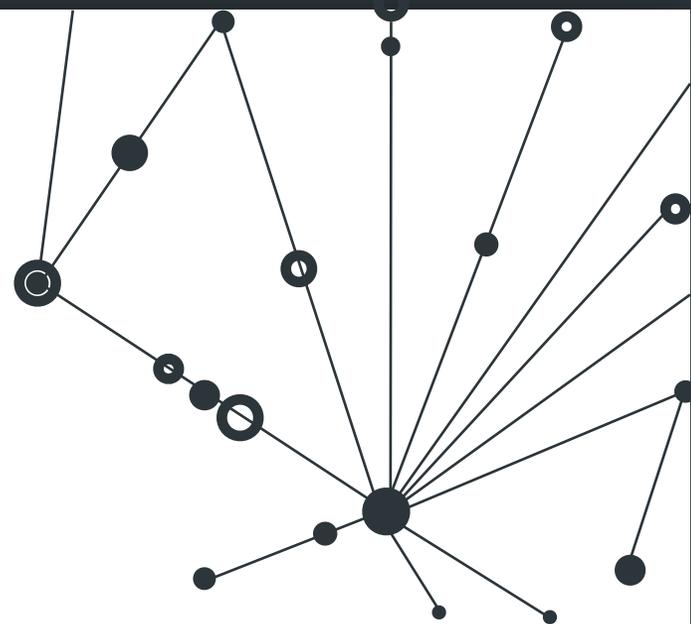


## 参考文献及网页

- [1]王运永, 朱兴江, 刘见,等. 激光干涉仪引力波探测器[J]. 天文学进展, 2014(3):348-382.
- [2]王运永, 朱宗宏. 激光干涉仪引力波探测器的噪声和灵敏度[J]. 现代物理知识, 2019(3):7.
- [3]黄玉梅, 王运永, 汤克云,等. 引力波理论和实验的新进展[J]. 天文学进展, 2007, 025(001):58-73.
- [4][https://www.gw-openscience.org/s/events/GW150914/GW150914\\_tutorial.html](https://www.gw-openscience.org/s/events/GW150914/GW150914_tutorial.html)

05

# 附录



## 附录

讲座链接: [https://www.bilibili.com/video/BV1Px411Z7Kk?spm\\_id\\_from=333.999.0.0](https://www.bilibili.com/video/BV1Px411Z7Kk?spm_id_from=333.999.0.0)

数据处理的Mathematica代码:

```
Fs=4096;
hh1=Import["文件路径",{"Datasets","/strain/Strain"}];
Periodogram[hh1 10^18,SampleRate->4*1024,PlotRange->{{0,400},All}]
ListPlot[hh1[;400]],Joined->True,PlotRange->All]
StrainBPF[data_,samplerate_]:=BandpassFilter[data,{40,260} 2  $\pi$ /samplerate,500];
TrapFilter[freq_,samplerate_, $\mu$ _]:=Module[
  {z0,zp},
  z0=Exp[I 2. $\pi$  freq/samplerate];
  TransferFunctionModel[{{(z^2-2 Re[z0]z+1)/(z^2-2 (1- $\mu$ ) Re[z0]z+(1- $\mu$ )^2)},z,SamplingPeriod->1/samplerate]];
  WaveTrap[data_,freq_,samplerate_]:=OutputResponse[TrapFilter[freq,samplerate,0.001],data][[1]];
tevent=1126259462.422>(*Mon Sep 14 09:50:45 GMT 2015*)tstart=Import["文件路径",{"Datasets","/meta/GPSstart"}];
SelData[data_,{start_,stop_}]:=data[[Round[(tevent-tstart+start) Fs];;Round[(tevent-tstart+stop) Fs]]]
all=Reap[Fold[With[{r=#2[#1]},Sow@SelData[r,{-
0.2,0.3}];r]&,hh1,{Identity,StrainBPF[#,Fs]&,StrainBPF[#,Fs]&,StrainBPF[#,Fs]&}~Join~(Function[{data},WaveTrap[data,#,Fs]]&/@{
35.9,36.7,40.97,60.00,120,180})];];
labeled=MapThread[{#1,#2}&,{all[[2,1]],{"origin","bpf","bpf * 2","bpf * 3"}~Join~FoldList[#1<>"," "<>ToString[#2]&,"bpf * 3 + trap
35.9",{36.7,40.97,60.00,120,180}}];
l=ListPlot#[#[[1]],Joined->True,PlotRange->All,PlotLabel->Style[Framed@#[[2]],16,Blue,Background->Lighter[Yellow]]]&/@labeled;
ListAnimate[l]
```

# THANK

# 谢谢聆听!

汇报时间：2022年6月 白佳宸 全浩男

